МАТУРСКИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ЗАДАЦИ

1. Вредност израза $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}-\sqrt{50}\cdot\sqrt{2}$ је:

2. Ако је $A=\frac{4^{-2}-3^{-4}}{0,5-3^{-1}}\cdot(0,5+3^{-1})^{-1}-3^{-1}\cdot 81^{-\frac{1}{4}}$, израчунај квадратни корен A^{-1} .

3. Израчунај вредност израза $\left(\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\frac{1}{\sqrt{3}+1}\right):\frac{3\sqrt{3}+3}{4}$

4. Израчунај вредност израза $(\sqrt{2}+\sqrt{4}+\sqrt{8}+\sqrt{16})\cdot(1-2^{-\frac{1}{2}})$

5. Израчунај вредност израза $\frac{2-\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[3]{2}-1}{\sqrt[3]{2}-1}$

6. Израчунај вредност израза $-\log_2\log_2\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$

7. Израчунај вредност израза $2^{0,5}-2^0-(2^{0,5}+2^0)^{-1}$

8. Број реалних решења једначине $\sqrt{5x-1}=\sqrt{3x-2}-\sqrt{2x-3}$ је:
   A) 1; **B)** 3; **C)** 0; **D)** већи од три; **E)** 2.

9. Нека су x_1 и x_2 решења квадратне једначине $x^2+(2m-1)x+2m-5=0$, где је m реалан број. Колика је минимална вредност израза $x_1^2+x_2^2$, у зависности од параметра m?

10. а) Колико има целих бројева m за које су решења квадратне једначине $(m+2)x^2+2x+m-2=0$ реална и различитог знака?

    б) У једначини $x^2-2(1+3m)x+7(3+2m)=0$ одраеди параметар m тако да решења једначине буду једнака.

    в) Одреди вредност реалног параметра k тако да корени једначине $x^2+3kx+k^2=0$ задовољавају једнакост $x_1^2+x_2^2=112$.

    г) Одреди знак квадратне функције $y=-x^2+2x+15$.

    д) За које вредности реалног параметра n су оба корена квадратне једначине $(n-2)x^2-2nx+n-3=0$ позитивна

11. Колики је збир целобројних решења неједначине $\frac{x-2}{x^2+x-6}\geqslant\frac{x-1}{x^2-6x+5}$?

12. Скупх свих решења неједначине $\frac{2x^2+x-13}{x^2-2x-3}\geqslant 1$ је:
    A) $(-\infty,-5]\cup(-1,2]\cup(3,\infty)$; **B)** $(-\infty,-5]\cup(3,\infty)$;
    C) $(-\infty,2]\cup(3,\infty)$; **D)** $[2,3]$; **E)** $[-5,-1)\cup[2,3)$.

13. Скуп свих реалних бројева x, таквих да је $x^2-x-2<0$ и $-x^2+4x-3<0$, је:
    A) $(-\infty,-1)$; **B)** $(1,2)$; **C)** $(1,3)$; **D)** $(-1,1)$; **E)** $(-1,3)$.

14. Ако су x_1 и x_2 решења једначине $x^2+x-2005=0$, онда је $2x_1^2+x_1x_2+x_2^2+x_1-2005$ једнако је: **A)** 2005; **B)** 2006; **C)** 2007; **D)** 2008; **E)** 2009.

15. Збир квадрата решења x_1 и x_2 једначине $x^2 - (2m - 1)x + m^2 = 0$ је најмањи ако је:

A) $m = 0$; **B)** $m = \frac{1}{4}$; **C)** $m = \frac{1}{2}$; **D)** $m = 1$; **E)** $m = 2$.

16. Ако су $x_1, x_2 \in C$ решења једначине $x^2 - 2(a - 1)x + a + 1 = 0$ онда је вредност параметра $a \in R$ за коју је израз $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + x_1 x_2$ најмањи једнака?

A) $\frac{1}{2}$; B) $-\frac{1}{4}$; C) 0; D) -1; E) 3.

17. Колики је збир свих решења једначине $3\cdot 16^x + 2\cdot 81^x = 5\cdot 36^x$?

18. Број реалних решења једначине $2\cdot 3^{x+2} - 9^{x+1} + 27 = 0$ је:

A) 1; **B)** 0; **C)** 2; **D)** 3; **E)** већи од 3.

19. Ако је $a = \log_{10} 2$ и $b = \log_{10} 3$, онда је $\log_5 288$ једнак:

A) $\frac{5a+2b}{1+a}$; **B)** $10 \cdot \frac{ab}{1-a}$; **C)** $\frac{5a+2b}{a-1}$; **D)** $\frac{2a+5b}{1-a}$; **E)** $\frac{5a+2b}{1-a}$.

20. Ако је $\log_3 7 = a$ и $\log_7 2 = b$, онда је $\log_7 72$ једнако:

A) $2a + 3b$; **B)** $3a + 2b$; **C)** $\frac{b+3a}{a}$; **D)** $\frac{2+3ab}{a}$; **E)** $\frac{b}{2ab+3}$.

21. Израчунај производ свих решења једначине $\left(\sqrt[3]{4-\sqrt{15}}\right)^x + \left(\sqrt[3]{4+\sqrt{15}}\right)^x = 8$

22. Производ свих решења једначине $\log^2_{\sqrt{2}} x + 3\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} x = 2$ припада скупу:

A) $(\frac{9}{2}, \infty)$; **B)** $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$; **C)** $(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}]$; **D)** $(0, \frac{3}{2}]$; **E)** $(\frac{7}{2}, \frac{9}{2}]$.

23. Једначина $\log_2(1 - x) = \log_2(x - 3)$:

A) нема решења; **B)** има бесконачно много решења;
C) $x = 3$ је јединствено решење; **D)** $x = 1$ је јединствено решење;
E) задовољена је за $x = 2$.

24. Скуп свих решења неједначине $\log_2(\log_4 x) + \log_4(\log_2 x) < 2$ је:

A) $(1, 16]$; **B)** $(1, 16)$; **C)** $(2, 16)$; **D)** $(4, 16)$; **E)** $(2, 4)$.

25. Скуп решења $\log_{0,5} \log_2 \frac{1+2x}{1+x} > 0$ неједначине је:

A) $(-\frac{1}{2}, 0)$; **B)** $(-\infty, -1)$; **C)** $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$; **D)** $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$;
E) $(0, \infty)$.

26. Скуп свих реалних решења неједначине $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 3) \geqslant \log_{\frac{1}{5}}(x - 1)$ је:

A) $(-2, 2]$; **B)** $(0, 2]$; **C)** $(\sqrt{3}, \infty)$; **D)** $(-2, 0]$; **E)** $(\sqrt{3}, 2]$.

27. Збир другог и десетог члана опадајуће аритметичке прогресије је 8, а производ тих чланова је 12. Израчунај збир првих четрдесетпет чланова те прогресије.

28. Збир првих петнаест чланова аритметичког низа је једнак 60, а збир првих шездесет чланова низа је једнак 15. Израчунај збир првих петнаест чланова низа.

29. Ако је $(a_n)_{n\in N}$ аритметички низ, такав да је $a_1+a_3+a_5 = 21$ и $a_1 a_3 = 7$, колико је онда a_4?

30. Ако је $(a_n)_{n\in N}$ геометријски низ, такав да је $a_3 = 2a_2$ и $a_1+a_2+a_3 = 14$, колико је онда a_5?

31. У геометријској прогресији $(a_n)_{n\in N}$ је $a_1 + a_5 = 51$, $a_2 + a_6 = 102$. За коју вредност n је збир n првих чланова те прогресије $S_n = 3069$?

A) $n = 4$; **B)** $n = 6$; **C)** $n = 8$; **D)** $n = 10$; **E)** $n = 12$.

32. Ако је права $kx - 4y + 16 = 0$ тангента круга $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$, израчунај вредност параметра k.

33. У круг $x^2 + y^2 = 25$ уписана је елипса $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$, тако да се заједничке тачке налазе на x-оси. Ако елипса полови полупречник круга који пролази кроз тачку (4,3) јеначина елипсе је:

A) $3x^2 + 25y^2 = 75$; **B)** $28x^2 + 3y^2 = 75$; **C)** $25x^2 + 3y^2 = 75$;
D) $3x^2 + 28y^2 = 75$; **E)** $3x^2 + 28y^2 = 84$.

34. Растојање тангенти хиперболе $x^2 - 2y^2 = -16$ паралелних са правом $2x + 4y - 5 = 0$

A) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$; **B)** $\frac{4\sqrt{5}}{5}$; **C)** $\frac{\sqrt{5}}{5}$; **D)** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$; **E)** $\frac{8\sqrt{5}}{5}$.

35. Ако је $i^2 = -1$, онда је $4(1 + i)^{10} - (1 - i)^{14}$

A) $10 - 10i$; **B)** $272i$; **C)** 0; **D)** $-10 + 12i$; **E)** 24.

36. Израчунај висину праве купе максималне запремине која је уписана у лопту полупречника 3cm.

37. Израчунај вредност израза, $\dfrac{(1 - i^{2006})^{2007}}{(1 + i^{2008})^{2009}}$, где је $i^2 = -1$

38. Ако је $z = \left(\dfrac{2+i}{3i-4} + 3 \cdot \dfrac{2-i}{5}\right)^{2006}$ онда је iz једнак

A) -2^{1003}; **B)** $2^{1004}i$; **C)** 2^{1003}; **D)** -2^{1004}; **E)** $2^{1003}i$.

39. Вредност израза, $\dfrac{(1+i)^{2008} - (1-i)^{2009}}{(1+i)^{2006} + (1-i)^{2007}}$, где је $i^2 = -1$ износи

A) i; **B)** $1 + i$; **C)** $1 - i$; **D)** $-i$; **E)** $2i$.

40. Израчунај вредност израза $\dfrac{\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}{\cos 25^\circ}$

41. Израчунај вредност израза $\dfrac{\cos 120^\circ \cdot \operatorname{ctg} 150^\circ}{\operatorname{tg} 60^\circ}$

42. Израчунај вредност израза $\cos 24^\circ + \cos 48^\circ - \cos 84^\circ - \cos 12^\circ$

43. Колико решења има једначина $\cos^2 x - \sin^2 2x = 0$ на сегменту $[0.2\pi]$?

44. Ако је $f(x) = x^2 + x + 1$, онда је $f(x+2) - 2f(x+1) + f(x)$ за свако x једнако:

A) 2; **B)** 0; **C)** $x + 2$; **D)** x; **E)** $x + 3$.

45. Функције f и g задате су са $g(f(x)) = \frac{x}{2}$ и $g(x) = \log_{16} x$. израчунај $f(-1) + f(-\frac{3}{2})$.

46. У развоју степена бинома $\left(\sqrt[4]{a^2x} + \sqrt[5]{\frac{1}{ax^2}}\right)^{13}$ $(a > 0,\ x > 0)$ члан који не садржи x гласи.

A) $1287a^3$; **B)** $1024a^4$; **C)** $390a^2$; **D)** $516a$; **E)** $52a^5$.

47. Израчунај коефицијент уз x^{24} у развијеном облику степена бинома $(x^2 - 2x)^{13}$.

48. Дате су две различите паралелне праве. На једној од њих је 10, а на другој 12 различитих тачака. Број троуглова који одређују ове тачке је:

A) $\binom{10}{2}\binom{12}{1} + \binom{10}{1}\binom{12}{2}$; **B)** $\binom{22}{3} - \binom{22}{2}$; **C)** $\binom{10}{1}\binom{12}{2}$; **D)** $\binom{10}{2}\binom{12}{1}$; **E)** $10 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 11$.

49. Колики је унутрашњи угао правилног многоугла који има 6 пута више дијагонала него страница?

50. Реши једначине:

1) $4x^2 - 3x + \dfrac{5}{4x^2 - 3x} - 6 = 0$

2) $(9 - x^2) - \sqrt{9 - x^2 = 0}$

3) $\sqrt{7x+1} - \sqrt{3x-18} = 5$

4) $4^{\sqrt{x-2}} + 16 = 10 \cdot 2^{\sqrt{X-2}}$

5) $6^X + 6^{X+1} = 2^X + 2^{X+1} + 2^{X+2}$

6) $4^{\sqrt{X}} - 2^{\sqrt{X}} = 12$

7) $7^{\log X} - 5^{\log X+1} = 3 \cdot 5^{\log X-1} - 13 \cdot 7^{\log X-1}$

8) $\log X - \dfrac{1}{\log \sqrt[6]{X}} = 1$

9) $\log_3 X - \dfrac{1}{\log_3 \sqrt[3]{X}} = -2$

10) $\sin 12x + \cos 6x = 0$

11) $\cos x = \cos 3x + 2\sin 2x$

12) $\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$

13) $\sin^2 2x = 1 - \sin^2 5x$

14) $\operatorname{tg} x + 2\operatorname{ctg} x = 3$

15) $\sin 2x + \cos 2x = -1$

1. Skrati razlomak ; $\frac{1-2x^{-1}-3x^{-2}}{1-9x^{-2}}$; $\frac{3m^5-5m^3+2m}{3m^4-11m^2+6}$

2. Rastavi na proste činioce $x^4-10x^3+35x^2-50x+24$

3. RešI jednačine : 1) $4x^2-3x+\frac{5}{4x^2-3x}-6=0$ 2) $(9-x^2)-\sqrt{9-x^2}=0$

3) $\sqrt{7x+1}-\sqrt{3x-18}=5$ 4) $4^{\sqrt{x-2}}+16=10\cdot 2^{\sqrt{X-2}}$

5) $6^X+6^{X+1}=2^X+2^{X+1}+2^{X+2}$ 6) $4^{\sqrt{X}}-2^{\sqrt{X}}=12$

7) $7^{\log X}-5^{\log X+1}=3\cdot 5^{\log X-1}-13\cdot 7^{\log X-1}$ 8) $\log X-\frac{1}{\log\sqrt[6]{X}}=1$

9) $\log_3 X-\frac{1}{\log_3\sqrt[3]{X}}=-2$ 10) sin12x +cos6x =0

11) cos x = cos 3x +2sin 2x 12) $\sin^2 x+\cos x+1=0$

13) $\sin^2 2x=1-\sin^2 5x$ 14) tg x +2ctg x =3

15) sin 2x + cos 2x =– 1

4. RešI nejednačine : 1) $5^{2x+1}>5^x+4$ 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2x+1}{1-x}}\geq\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$

3) $\log_{1,5}\frac{2x-8}{x-2}<0$ 4) $\log_5 x\geq\log_{25}(3x-2)$

5. Ako je $x_1=3+i$ rešenje kvadratne jednačine napišI tu jednačinu.
6. U jednačini $x^2-2(1+3m)x+7(3+2m)=0$ odredi parametar m tako da rešenja jednačine budu jednaka.
7. Odredi vrednost realnog parametra k tako da koreni jednačine $x^2+3kx+k^2=0$ zadovoljavaju jednakost $x_1^2+x_2^2=112$
8. Odredi znak kvadratne funkcije $y=-x^2+2x+15$.
9. Za koje vrednosti realnog parametra n su oba korena kvadratne jednačine $(n-2)x^2-2nx+n-3=0$ pozitivna.
10. RešI nejednačinu $\left|\frac{x^2-3x-4}{x^2+x+1}<\right|<2$
11. Odredi jednačinu tangente I normale krive $3x^2-4y^2=12$ u tački M(4,q),q>0.
12. Iz tačke A(– 5,7) van kružne linije konstruisane su tangente na $k: x^2+y^2+8x-9=0$
Odredi površinu trougla čija su temena data tačka I tačke dodira pomenutih tangenti.

13. Odredi ugao pod kojim prava p...3x+4y– 13=0 seče kružnu liniju $x^2+y^2+9x-7y+20=0$
14. Odredi ortocentar trougla čije su stranice date jednačinama 3x– y– 18=0; x– y– 2=0; x+2y+1=0.
15. Izračunati rastojanje preseka pravih 3x– 2y– 5=0, x+2y– 7=0 od prave 3x– 4y+15=0.

16. Odredi jednačinu prave koja dodiruje krivu $5x^2 - 7y^2 = 13$ I normalna je na pravu p.. 7x+10y+28=0.
17. Odredi površinu pravougaonika upisanog u elipsu $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$,tako da dve suprotne stranice sadrže žIže elipse.

18. Napisati jednačinu tangente na krivu $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 17 = 0$ iz tačke A(10,5).
19. Odredi jednačine zajedničkih tangenti krivih:
   a) $y^2 == 16x$ I $3x^2 - y^2 = 12$

   b) $y^2 = 4x$ I $x^2 + y^2 - 2x - 9 = 0$

20. NaćI geometrijsko mesto tačaka u ravni takvih da je odnos rastojanja svake tačke od tačaka (1,1) I (6,6) jednak 2 : 3.
21. Dva prečnika kruga leže na pravama p...4x– 3y– 20=0 I q...3x+4y– 15=0 a kružni isečak između njih ima površinu π. Odredi jednačinu kružnice.
22. Ispitati komplanarnost tačaka A(1,2,– 1) B(0,1,5) C(– 1,2,1) D(2,1.3).,
23. Dati su vektori $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{c} = 4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$ .Odredi $(\left(\vec{a} + \vec{b}\right) \times \vec{c})$.
24. Dokazati matematičkom indukcijom :
   a) $1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + ... + n(n+2) = \frac{n(n+1)(2n+7)}{6}$
   b) $9^{n+1} + 2^{6n+1} \equiv 0(\mathrm{mod}11)$
   c) $1^3 + 2^3 + ... + n^3 = \frac{1}{4}n^2(1+n)^2$
25. Odredi xtako da binomi 10+x,17+x,31+x čine geometrijski niz.
26. NaćI stranice pravouglog trougla ako one čine aritmetički niz sa razlikom 3.
27. RešI jednačinu 1+9+17+.......+x=370.
28. RešI jednačinu po x 1+a+ $a^2 + ... + a^x = (1+a)(1+a^2)(1+a^4)(1+a^8)$.
29. Odredi n– ti član niza 1,3,6,10,15,21,...... u kome razlika uzastopnih članova obrazuje aritmetički niz.
30. Izračunati zbir S= $\frac{x-1}{x} + \frac{x-2}{x} + \frac{x-3}{x} + ... + \frac{1}{x}$
31. Svaki član geometrijskog niza je za 1 većI od zbira svih prethodnih.Koji je to niz ako je njegov prvi član 1, I odredi sumu prvih 10 članova.
32. Dimenzije paralelopipeda obrazuju geometrijski niz.Površina baze je 108 cm^2, a Površina tela 888 cm^2. Izračunati dimenzije tela.
33. Dimenzije pravouglog paralelopipeda obrazuju aritmetički niz.Izračunati dimenzije ako je njegova površina 94 cm^2, a dijagonala D= $5\sqrt{2}$ cm
34. Osnovne ivice I visina uspravne piramide čija je osnova pravougaonik su tri uzastopna člana geometrijskog niza. Zapremina piramide je $576 cm^3$, a površina dijagonalnog preseka 120 cm^2.Naći površinu piramide.
35. Površine triju strana pravouglog paralelopipeda,koje se sastaju u istom temenu odnose se kao 4:3:1.Izračunati površinu paralelopipeda ako je D=78cm.
36. Oko lopte opisana je zarubljena kupa poluprečnika osnova r_1 i r_2. Naći poluprečnik lopte.
37. Ukupu je upisana sfera. Površina sfere odnosi se prema površini osnove kupe kao 4:3.Odrediti ugao pri vrhu kupe.
38. U jednakostranični valjak upisana je pravilna šestostrana prizma.Naći P valjka ako je ivica prizme a.

39. Osniva piramide je pravougaonik čija je površina S i ugaoizmeđu dijagonala 60°. Odredi zapreminu piramide ako su bočne ivice nagnute prema ravni osnove pod uglom od 45°.

40. Izračunati zapreminu tela koje nastaje rotacijom pravouglog trougla čije su katete 5cm , $\frac{20}{3}$ cm ,oko ose, koja sadrži teme trougla i paralelna je hipotenuzi.

41. Pravougli trapez osnovica a=10cm i b=2cm i površine $90\,cm^2$ rotira oko veće osnsve. Odredi zapreminu nastalog tela.

42. Površina većeg dijagonalnog preseka pravilne šestostrane prizme je 24 cm^2 a obim 22cm.Odredi površinu i zapreminu date prizme.

43. Odredi domen, nule i $f^{-1}(x)$ funkcija :

a) $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$, b) $f\left(\dfrac{3x-1}{x}\right)=2x$

44. Neka je f(x)=1– x , $g(x)=\dfrac{1}{1-x}$,$h(x)=\dfrac{x}{x-1}$, $x\neq 1$.Odredi $((g\circ f)\circ h)(x)$.

45. Odredi domen , nule , znak funkcije :

a) $y=x\,e^{\frac{1}{x-2}}$,b) $y=\dfrac{10}{4x^3-9x^2+6x}$, c) $y=\sqrt{x^2-4x+3}$.

46. Ispitaj tok funkcija: 1) $y=\dfrac{2x-3}{x^2-2x+3}$, 2) $y=\dfrac{x^2-1}{2x^2+3}$,

3) $y=\dfrac{6-x^3}{x^2}$, 4) $y=\dfrac{4x}{4-x^2}$, 5) $y=\dfrac{x^2-3x}{x-4}$, 6) $y=\dfrac{x^2-1}{2x^2+3}$

7) $y=\dfrac{x^2-4}{1-x^2}$, 8) $y=\dfrac{x^3}{x^2-1}$, 9) $y=\dfrac{x^2-4x}{(x-1)(x-3)}$.

47. Odredi domen, nule , znak, ekstremne vrednosti funkcija:

a) y=x lnx ,b) $y=\ln(1-x^2)$, c) $y=\ln\dfrac{1+x}{1-x}$, d) $y=\dfrac{\ln x}{x^2}$.

48. Izračunaj P figure ograničene parabolom $y=x^2-2x+2$,tangentom u tački M(3,5) i y– osom.

49. Reši diferencijalnu jednačinu :

a) $y'tgx-y=3$, b) $e^{x+y}y'=x$, c) $y'=(y+1)ctgx$.

50. Odredi član u razvijenom obliku binoma ($\sqrt[3]{a}+\sqrt{a^{-1}}$)^{15},a>o, koji ne sadrži a.